基于反潜航空深弹命中概率问题的数学模型

摘 要

本文研究了反潜航空深弹命中概率问题，旨在通过建立数学模型来优化深弹的投放策略，提升命中概率。此研究对于提高反潜作战的效率和效果具有重要意义。

针对问题一，要解决投弹最大命中概率与投弹落点平面坐标及定深引信引爆深度之间的关系问题。首先，我们观察了二维正态分布图，得出在水平坐标（0,0）投弹最好，并结合爆炸范围$r_b = 20m$，画出可命中范围三视图(图 1~3)。由投弹不命中概率和潜艇误差概率的关系，进行二维正态分布的积分就为所需水平面命中概率，因范围的图形复杂，所以使用蒙特卡洛模拟方法来估计这个区域内的概率，用 MATLAB 计算得到了水平投弹命中概率$P_p \approx 0.0847$。分析深度与投弹命中率的关系，由三视图和三个命中情形以及得到三个可视化条件，由三视图分析得到在$137.5 < h_{yb} < 162.5$时，可认为在深度范围内命中概率为$P_s = 1$。则引爆坐标为$(0,0,150)$时，最大命中概率为$P = P_p P_s = 0.0847$。

针对问题二，我们考虑了潜艇中心位置各方向的定位误差，建立了包含深度误差的命中概率模型，考虑不同深度带来的命中比例，得到在极限的深度命中范围$117.5 < h_{yb} < 182.5$的命中比例为$P_k = 1 - P_b = 0.9803$。由于接近于 1，我们可以忽略这个比例，接着开始考虑最小引信引爆深度，通过单边截尾正态分布图性质以及对其的积分，得当投弹在可命中潜艇的范围内且设置了更多深度的范围为$120 < h_{yb} < 182.5$时，即当坐标为$(0,0,h_{yb})$，$120 < h_{yb} < 182.5$时，有最大约 3.36%的概率命中。

针对问题三，每个引爆位置由问题一的计算原理，以及二维正态分布图的规律，得出了各个投弹位置的间隔为 a=140m，b=60m，对每一个投弹位置进行正态分布积分，得到每个点的概率，可以对命中的深弹的数量进行分别讨论。但是由于计算复杂以及时间问题，我们只计算了全部命中范围的每次投一颗的概率，在中心投弹点引爆坐标为$(0,0,h_{yb})$ $(120 < h_{yb} < 182.5)$时，得到命中潜艇的概率 19.95%。

本文的创新之处在于优化了计算方式使得概率计算更加容易，综合考虑了多种不确定因素，对三道问题都提出了具有较高实用价值和参考价值的优化方案。

关键词：反潜深弹 命中概率 优化模型 正态分布 MATLAB

一、问题重述

深弹曾是主要反潜武器，其价格低、抗干扰强，仍被部分国家研究和发展，用于复杂海域。

本文将从深弹投掷位置，深弹投掷范围，潜艇定位误差这几个方面研究分析最大命中概率，并建立出各种情况下的最大命中概率的数学模型。

问题 1：投射一枚深弹，潜艇中心位置的深度定位没有误差，两个水平坐标定位均服从正态分布。分析投弹最大命中概率与投弹落点平面坐标及定深引信引爆深度之间的关系，并给出使得投弹命中概率最大的投弹方案，求相应的最大命中概率表达式。

问题 2：仍投射一枚深弹，潜艇中心位置各方向的定位均有误差。请给出投弹命中概率的表达式。设计定深引信引爆深度，使得投弹命中概率最大。

问题 3：一架反潜飞机可携带 9 枚航空深弹，所有深弹的定深引信引爆深度均相同，投弹落点在平面上呈阵列形状。在问题 2 的参数下，设计投弹方案（包括定深引信引爆深度，以及投弹落点之间的平面间隔），使得投弹命中（指至少一枚深弹命中潜艇）的概率最大。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

题目要求解决投弹最大命中概率与投弹落点平面坐标及定深引信引爆深度之间的关系，现将其分为平面命中概率和深度命中概率进行分析，由于相互独立最终将两部分概率进行相乘就能得到最终概率。

第一部分，对三个命中潜艇的情形分析，由爆炸范围可得到，炸弹落入就能炸到的范围，由于是一个复杂的立体图像，我们使用三视图（图 1~3）表达，由图像我们得到了三种命中情形的范围表达式。

第二部分，整理二维正态分布公式与图形，并简单分析了图像与爆炸范围之间的关系，得到了仅取一个固定点内最好的水平投弹落点是水平原点。

第三部分，计算深弹投弹落点平面坐标的命中概率，将误差的二维正态分布转换成在深弹在一定水平范围的命中概率，即对二维正态分布图进行积分可得对应水平范围的命中概率，但命中条件不只有在潜艇上表面的部分，也可落在潜艇侧边，我们可以根据图 2 俯视图可知在俯视图范围内投弹都有概率命中，不考虑深度影响，对这个范围积分，可得命中概率，原先使用的规则图形的计算方法就很难计算了，于是使用了 MATLAB 进

行蒙特卡洛模拟估计了该区域的概率，得到近似概率。

第四部分，由三种情形得到不同的概率，由于潜艇深度定位值没有误差，则在图 3 侧视图可知深弹可命中的包括了除正中间长方形的范围，由此可看出四角是一个半径 20m 的扇形的圆弧，在两个扇形组成的的深度范围，进行分析在范围$137.5 < h_{yb} < 162.5$时可认为引信引爆深度命中概率为 1。

第五部分，在三维坐标（0, 0，h_{yb}） $137.5 < h_{yb} < 162.5$时，将水平范围的概率与引爆深度范围的概率相乘得到最终最大概率。

2.2 问题二的分析

问题二的最终概率计算原理和问题一一致，由于加入的新参数为引信引爆深度相关，并未影响水平面范围的概率计算，故水平范围的概率与第一问一致，接下来讨论引信引爆深度与单边截尾以及深度范围问题。

第一部分，对单边截尾正态分布函数进行具体的变量分析，给出完整的公式，依靠所有公式及其条件用 MATLAB 画出单边截尾正态分布图-图 5，由图得出最佳引信爆炸深度为 150m。

第二部分，在不同深度有不同的可能性，暂不考虑最小实际深度，尤其在图 1 所示的上部分和下部分，以及中部分，上部分存在扇形就导致深度在$117.5 < h_{yb} < 182.5$时存在不同的不命中的情况，这个概率为在水平投弹范围内，不可命中范围体积与可命中范围体积加不可命中范围体积的和之比，但得出的值$P_{\mathrm{b}} = \dfrac{V_3}{V_1} = 0.0180$。因为深度在在范围内，范围逐渐缩小，出现吧命中的体积变小，也就出现的可能性也下降，则得出的值为最大不命中值，这个值足够小，我们可以忽略，对最终值影响不大，考虑实际深度，不考虑按照 5.1.3 取最大概率的原理得到引信引爆深度命中的最大概率。

由于水平范围的参数与 **5.1.4** 一致，水平范围内的命中概率也一致，计算原理和公式与 **5.1.5** 一致，求得最大概率。

2.3 问题三的分析

由二维正态分布图（图 4）的往中点逐渐增加概率密度和图形有旋转对称关系的图像关系可知，当投弹落点越接近中心越好，则在图像的水平正中心为最佳，水平坐标为(0,0)。

由于二维正态分布，每一个投弹位置的命中概率都不相同，可以继续利用 5.1.3 的原理对每个落点进行单独的概率计算，最终求和就为阵列投弹的水平命中概率，再，每一个投弹落点都有一个水平命中范围（图 2），由二维正态分布可知，所有投弹总涵盖的命中范围越大，范围越向图 4 水平中心集中越好，则可知投弹点之间的命中范围应不能重叠，且刚刚好边缘相接为最好，由此可求得投弹落点之间的距离为 a=140m，b=60m。

由于形成的图像过于复杂，我们对命中范围图像近似成矩形处理，整个相接的矩形图像范围的积分，相当于每个投弹水平范围概率总合，算得最大水平命中概率。

每一个深弹的引信引爆深度都一样，那么最大的深度命中概率都一致，由于继承了前面题目的数值，则最大的深度命中概率可与第二题一致。最终最大水平命中概率与大的深度命中概率之积为最大命中概率。

三、符号说明

符号	含义 P_b	单位	备注
L	潜艇长度	m	
W	潜艇宽度	m	
H	潜艇高度	m	
h_0	潜艇中心位置深度的定位值	m	
h_{yb}	引爆深度	m	
r_b	深弹爆炸半径	m	$r_b=20$
P_p	平面命中概率		
P_s	深度命中概率		
P	命中概率		
P_{max}	最大命中概率		
S_s	可命中范围侧视图扇形区域面积	m^2	

S_c	可命中范围侧视图目标尺度外长方形面积	m^2	
P_j	命中扇形与命中长方形区域概率面积之比		
V_i	体积	m^3	i=1,2,3
P_{ij}	问题三，每个爆炸点的概率		i=1,2,3 j=1,2,3
a	深弹在潜艇航行方向上的间隔	m	
b	深弹在垂直于潜艇航行方向上的间隔	m	

四、模型假设

4.1 假设题中数据不再改变且有效。

4.2 假设题目一中潜艇中心位置的深度定位没有误差。

4.3 假设深弹与潜艇静默后的水平速度平均大小和方向一致。

4.4 假设在一定条件下反潜攻击方可获知潜艇航向。

4.5 假设深弹是一个质点。

4.6 假设潜艇与深水炸弹在运动过程中不会由于其他因素而改变运动方向。

4.7 假设深度为水面到潜艇中心的距离。

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的模型建立与求解

5.1.1 对三个命中潜艇的情形分析

首先我们可以知道潜艇的航向是向 x 轴方向，潜艇长宽高为 $L=100m, W=20m, H=25m$，深弹爆炸半径 $r_b=20m$，在潜艇六个面中，能够被深弹爆炸命中的范围离潜艇表面距离最大为 20 米，对于每个顶点，能够炸到的距离依旧是最大 20 米，每个可以炸到的点形成了 1/4 个半径为 20m 的球，为了更加直观，由此做出深弹可命中范围的三视图：

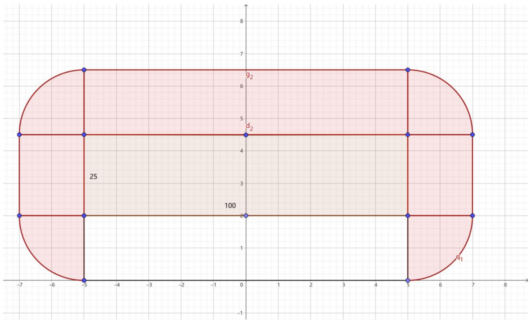

图 1 可命中潜艇的范围正视图

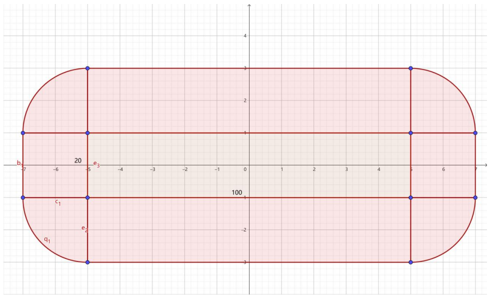

图 2 可命中潜艇的范围俯视图

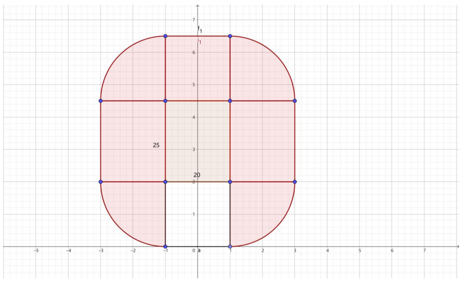

图 3 可命中潜艇的范围侧视图

图中的浅红色范围表示的是可命中潜艇的投弹落点范围视图，中间浅黄色的是潜艇的三视图，由图像信息结合题中所给命中潜艇条件转换为：

(1) 落点在目标平面尺度范围内，且引爆深度位于潜艇上表面的下方，由触发引信引爆：

$$h_{yb} > h_0 - \frac{H}{2}$$

得：$h_{yb} > 137.5$

（2）落点在目标平面尺度范围内，且引爆深度位于潜艇上表面的上方，同时潜艇在深弹的杀伤范围内，由定深引信引爆:

$$h_0-(\frac{H}{2}+20)<h_{yb}<h_0-\frac{H}{2}$$

得：$117.5<h_{yb}<137.5$

（3）落点在目标平面尺度范围外，则到达引爆深度时，由定深引信引爆，且此时潜艇在深弹的杀伤范围内:

$$h_0-(\frac{H}{2}+20)<h_{yb}<h_0+\frac{H}{2}+20$$

得：$137.5<h_{yb}<182.5$

5.1.2 X,Y 的二维正态分布图

X,Y 是相互独立的随机变量，且均服从正态分布，可用二维正态分布，其公式为

$$X\sim N(0,\sigma^2)\quad Y\sim N(0,\sigma^2)$$

$$f(x,y)=(2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2})^{-1}\exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\exp(\frac{(x-\mu_X)^2}{\sigma_X^2}-\frac{2\rho(x-\mu_X)(x-\mu_X)}{\sigma_X\sigma_Y}+\frac{(x-\mu_Y)^2}{\sigma_Y^2})\right]$$

由于 X,Y 相互独立，即互不相关，则 $\rho=0$，且 $\mu_X=\mu_Y=0$ 、 $\sigma_X=\sigma_Y$，可得化简后的二维正态分布公式：

$$f(x,y)=(2\pi\sigma^2)^{-1}\exp(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2})$$

从题目所给参数，可知 $\sigma=120$，代入公式并使用 MATLAB 进行画图观察：

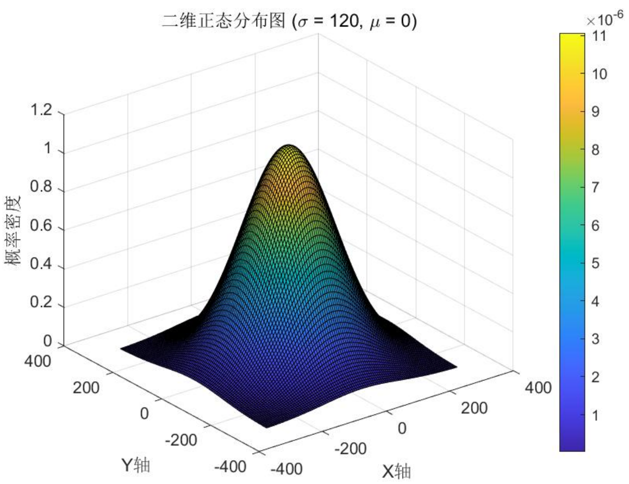

图 4 二维正态分布图

已知杀伤半径为20m，二维正态分布的三维图像，当我们不考虑潜艇体积，在不同位置投弹，根据圈成圆形在中心的三维图形的体积更多，对单一坐标的二维正态分布进行求极限，也为中点，即命中概率最大，投弹水平落点最好的位置为原点(0, 0)。

5.1.3 深弹投到可命中潜艇平面投影范围的概率

由题可知潜艇航向方位角为90°，则潜艇沿着 x 轴航行，水平投弹点为(0,0)，由此深弹落入潜艇上表面水平投影的可命中范围为：

$$-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \qquad -\frac{W}{2} < y < \frac{W}{2}$$

无误差时，在此范围百分百命中，但实际情况水平定位值有误差，因为误差越大命中概率越小，在此范围并不是百分百命中，投弹可能出现不同可能性的偏移，则在此的投弹命中可能性的总和为对二维正态分布的定积分，由此可得式：

$$P_p = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} f(x,y)dxdy$$

但是我们可以知道不只有落在潜艇水平投影内才能命中潜艇，只要深弹落入可命中潜艇范围投影内都可以命中，上述的可命中潜艇范围三视图就很好的表示了深弹在潜艇（图像正中浅黄色的长方形）周围可命中的落点 ，可命中范围在水平面的投影如图 1 所示， 再根据上述原理对可命中范围进行积分，正常的定积分方法难以计算，于是在一个复杂的区域，我们使用了蒙特卡洛模拟方法来估计这个区域内的概率用 MATLAB 构建函数，具体代码见附录。

最终得到投到可命中潜艇平面投影范围的概率 $P_p \approx 0.0847$ 。

5.1.4 深弹在深度范围内的概率

假定深弹落入了可命中水平范围，由于定位值没有误差，且根据（图 1~3）潜艇可命中范围的三视图信息，以及 5.1.1 命中条件，得出投弹深度的范围值为：

$$117.5 < h_{yb} < 182.5$$

但由侧视图可知在（3）条件下，以面积之比判断比较两者之间命中概率的大小，潜艇侧视扇形区域面积 $S_s = \frac{\pi r_b^2}{4}$，图 3 右侧长方形面积 $S_c = W \times H$， 扇形和长方形相比，$P_j = \frac{S_s}{S_c} \approx 0.6283 < 1$，说明在右侧长方形区域命中可能性更高，此深度范围为 $137.5 < h_{yb} < 162.5$；

同理对图一正视图可得一致$P_j \approx 0.6283 < 1$，则在图中侧边长方形的深度范围可得更高命中概率，不会在可命中潜艇的范围内出现由于深度而导致不命中，即当引爆深度范围在$125 < h_{yb} < 150$时，且投弹在了可命中潜艇的范围内，命中概率$P_s = 1$。

则坐标可取潜艇的深度定位值。

5.1.5 深弹的最大命中概率

投弹落点平面坐标与引爆深度之间互相独立，按概率原理，最大命中概率公式应为：$P_{\max} = P_p P_s$。

综上所述最大命中概率为：$P_{max} = P_p P_s = 0.0847$

即引爆坐标为$(0,0,150)$时，有最大约 8.47%的概率命中。

5.2 问题二的模型建立与求解

5.2.1 单边截尾正态分布相关

Z 服从单边截尾正态分布，由题得函数为：

$$f_{h_0,\sigma_z,l}(v) = \frac{1}{\sigma_z} \cdot \frac{\phi(\frac{v-h_0}{\sigma_z})}{1-\Phi(\frac{l-h_0}{\sigma_z})} \qquad (l < v < +\infty)$$

其中：

$$\phi(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_1^2}{2}}$$

$$\Phi(x_2) = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x_2}{\sqrt{2}}} e^{-t^2} dt\right]$$

其中：

$$x_1 = \frac{v-h_0}{\sigma_Z} \quad x_2 = \frac{l-h_0}{\sigma_Z}$$

由题可知：

$$h_0 = 150 \quad l = 120 \quad \sigma_Z = 40$$

联立上述式子，并使用 MATLAB 画图，进行观察：

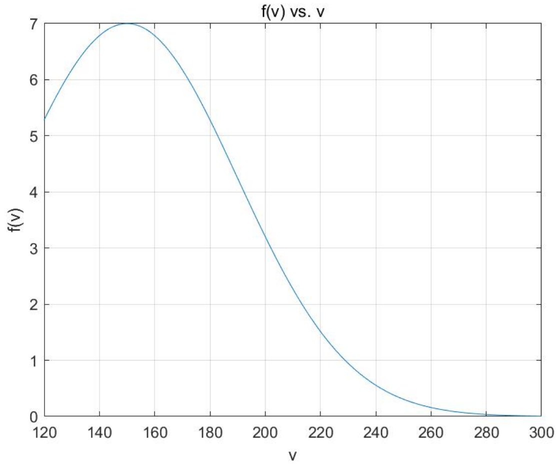

图 5 单边截尾正态分布曲线图

由图可知在 150 米深度为峰值，已知杀伤半径为 20m，单边截尾正态分布的图像，当我们不考虑潜艇体积，在不同深度投弹，构成 40m 的投弹范围，根据这个范围可知当圆心落入峰值 150 米深度的可有最大概率。

5.2.2 深度范围内命中的概率分析

相较于仅设计定深引信引爆深度为唯一值，不如将深弹的引爆深度设定为一个范围内的随机值，将有更高可能命中各个深度的潜艇。

由三视图（图 1~2）满足定身引爆深度的命中条件，可以三视图进行计算。

由题可知潜艇航向方位角为$90°$，则潜艇沿着 x 轴航行，暂时忽略深度最小，假定潜艇深度定位值无误差，深弹投弹深度落点要尽可能在入水平位置可命中范围内才有最大概率命中，由此深弹落入可命中范围的深度范围为：

$$117.5 < h_{yb} < 182.5$$

在此范围内并不是百分百命中，在因为三种不同情况造成三视图（图 1~3）出现了扇形情况，可命中范围的深度范围依旧如上述范围表达式，投弹位置概率是均匀概率，每个位置机会等同，当投弹落入图 1 正视图的扇形区域内，在深度范围内就存在不命中区域以及命中区域两种情况，构成了包喊了不可命中范围底为图 1 所示以及高为 65m 的复杂柱状立体图，其体积为V_1，由可命中范围构成立体图体积为V_2，则不可命中范围的

总体积为$V_3=V_1-V_2$，则此深度范围内不命中的概率为$P_{\mathrm{b}}=\frac{V_3}{V_1}=0.0180$，在此深度范围内引爆命中概率为：

$$P_k=1-P_b=0.9803$$

当深度范围上限和下限都逐渐靠近中心时，P_k也越来越大， 由于P_k变化的数值始终大于 0.9820，非常近似 1，则可忽略这个命中概率。

假定百分百命中，且考虑实际深度最小值 120m，但实际情况深度定位值有误差，因为误差越大命中概率越小，在此范围并不是百分百命中，每次投弹都可能出现不同程度的偏移，在投弹深度范围$120<h_{yb}<182.5$的投弹命中可能性的总和为对单边截尾正态分布的定积分，用 MATLAB 计算得深度范围内的最大命中概率为：

$$P_s=\int_{120}^{182.5}f_{h_0,\sigma_z,,l}(v)dv\approx 0.3966$$

5.2.3 深弹的最大命中概率

由于水平范围的参数与 **5.1.4** 一致，水平范围内的命中概率也一致，计算原理和公式与 **5.1.5** 一致，则有$P_{\max}=P_pP_s\approx 0.0336$；即当坐标为（0, 0，$h_{yb}$）$120<h_{yb}<182.5$时，即在有最大约 3.36%的概率命中。

5.3 问题三的模型建立与求解

5.3.1 a 与 b 的取值

投弹形成了一个矩形，可暂时近视视为一个矩形的爆炸范围，由图 4 可知，当这个矩形在原点(0,0)时圈入了最多的图中立体图体积，则当中间的爆炸点在水平原点(0,0)上有最大概率。

可知，图 4 形成的立体图像具有旋转对称性，且约靠近中心概率密度越高，则投弹点应尽量靠近中心，由于过于靠近中心会使得水平可命中范围重叠（图 2），减少覆盖在图 4 的面积，造成概率下降，由此当水平可命中范围刚刚好交界时有最大概率，可得 a=140m，b=60m。GeoGebra 画示意图得：

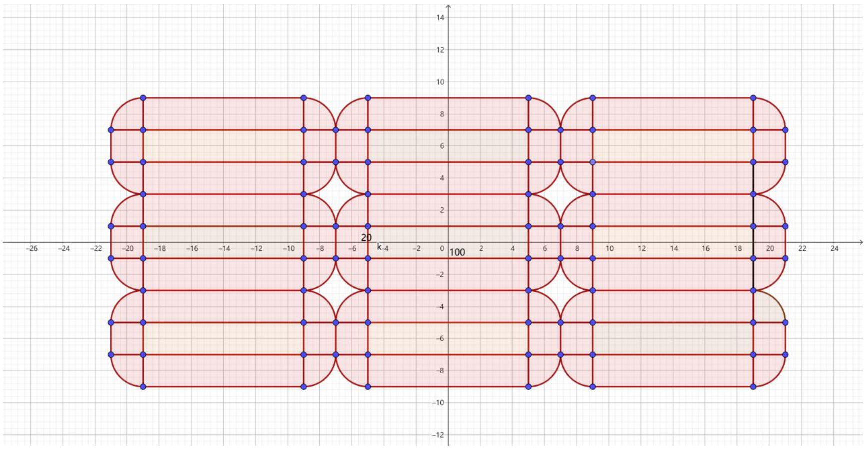

图 7 投弹落点的可命中范围示意图

5.3.2 平面命中概率

计算每个深弹水平命中概率的原理与 5.1.3 一致，则总命中概率应为每个投弹点中的概率之和，所以最大的水平命中概率为：

$$P_p=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3}P_{ij}$$

构造每个投弹平面点的蒙特卡洛模拟的 MATLAB　　计算方法较为复杂，由于时间关系并没有能够构造出来，决定选用常规积分方法大致估计来计算概率，将九个水平命中范围近似为一个矩形，则最大命中概率近似为这个范围内的二维正态分布积分，矩形范围为：

$$3\times(-\frac{L}{2}+20)<x<3\times(\frac{L}{2}+20)\qquad 3\times(-\frac{W}{2}+20)<y<3\times(\frac{W}{2}+20)$$

对这个范围进行二维正态分布的积分有：

$$P_p=\int_{3\times(-\frac{L}{2}+20)}^{3\times(\frac{L}{2}+20)}\int_{3\times(-\frac{W}{2}+20)}^{3\times(\frac{W}{2}+20)}f(x,y)dxdy$$

使用 MATLAB 计算得到结果：

$$P_b\approx 0.5029$$

5.3.2 最大命中概率

由于深度都一致，且继承了问题二的参数，则实际每一个的投弹点的深度命中概率，均一致，每个投弹深度最大概率应为: $P_s\approx 0.3966$

则 $\mathrm{P_{max}}=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3}(P_{ij}P_s)=P_bP_s=0.1995$，即当中心投弹点引爆坐标为

$(0,0,h_{yb})$　$(120<h_{yb}<182.5)$ 时，可有命中概率 19.95%

六、模型的评价

6.1 模型的优点

1. 模型中对潜艇位置和深弹投弹的假设符合题给要素，如潜艇的水平和深度定位误差、深弹的爆炸半径等。

2. 通过使用二维正态分布和单边截尾正态分布来描述潜艇位置误差，并结合蒙特卡洛模拟方法来估计复杂区域的命中概率，体现了模型的创新性。

3. 在建立的开始就将爆炸范围与潜艇联系成图，减少了后续计算的复杂度。

4.

6.2 模型的缺点

1. 由于使用了蒙特卡洛模拟方法和复杂的积分计算，模型的计算复杂度较高，可能需要较长的计算时间。

2. 由于题目要求的参数和条件有限，某些实际情况无法完全反映在模型中，如海洋环境对深弹运动的影响等，这些因素的忽略可能会影响模型的准确性。

七、模型的改进与推广

7.1 模型的改进

1. 未来可以考虑更多实际操作中的因素，如深弹与潜艇水平初速度、海洋环境对深弹运动的影响、潜艇反探测等，以提高模型的精度和适用性。

2. 对于问题三，我们还可以依据正态分布，利用蒙特卡洛模拟等方法计算出各个投弹点的命中概率，再由此探讨不同投弹命中数量的概率，对其分析计算，最终得到更为优化的概率。

7.1 模型的推广

该模型适用于反潜深弹的投放策略优化，还可以推广应用到其他类似的军事和民用领域，如导弹投放、搜救设备投放等。

参考文献

[1] 韩中庚,周素静.数学建模实用教程[M].北京:高等教育出版社,2020.

[2] 胡秀平,魏俊领,齐晓东.高职应用数学[M].上海:上海交通大学出版社,2017.

[3] 欧阳寰,黎子芬,毕嗣民,杨明绪.连投航空自导深弹命中概率分析与仿真计算[J].
《设备管理与维修》2017 年第 2 期 P116-118
[4] 魏晓东. 单件、小批量生产零件尺寸误差分布规律及其应用[J].1985 (04).

附录

本论文没有支撑材料

问题一：

二维正态分布图的 MATLAB 代码：

```
x = linspace(-300, 300, 100);
y = linspace(-300, 300, 100);
[X, Y] = meshgrid(x, y);
sigma = 120;
Z = (1 / (2 * pi * sigma^2)) * exp(-(X.^2 + Y.^2) / (2 * sigma^2));
figure;
surf(X, Y, Z);
xlabel('X 轴');
ylabel('Y 轴');
zlabel('概率密度');
title('二维正态分布图 (\sigma = 120, \mu = 0)');
colorbar;
rotate3d on
view(3);
```

用蒙卡洛模拟近似取区域内概率的 MATLAB 代码：

```
mu = [0, 0];
sigma = 120;
rho = 0;
covMat = [sigma^2, rho*sigma^2; rho*sigma^2, sigma^2];
N = 1e6;
samples = mvnrnd(mu, covMat, N);
insideCount = 0;
for i = 1:N
    x = samples(i, 1);
```

```
    y = samples(i, 2);

    if (x >= 0 && y >= 0 && (x <= 50 && y <= 30) || (x >= 50 && y <= 30 - 2*(x-50)/20))

        insideCount = insideCount + 1;
    end
       if (x >= 50 && x <= 70 && y >= 0 && y <= 10 && (x-50)^2 + (y-10)^2 <=
(20*sqrt(2))^2)
        insideCount = insideCount + 1;
  end
end

probInside = insideCount / N * 4;
fprintf(' %f\n', probInside);
```

问题二：

MATLAB 画单边截尾正态分布的图像代码：

```
h = 150;
l = 120;
s = 40;
n = (l - h) / s;
function g2 = g2_func(n)
g2 = 1/2 * (1 + 2/sqrt(pi)) * integral(@(t) exp(-t.^2), 0, n/sqrt(pi));
end
function g1 = g1_func(m)

g1 = 1 / (sqrt(2*pi)) * exp(-m.^2 / 2);
end
function f_v = f_func(v, s, h, n, g2_val)
m = (v - h) / s;
g1_val = g1_func(m);
if g2_val == 1
error('g2_val 不能为 1，因为这将导致分母为 0');
end
f_v = 1/s * g1_val / (1 - g2_val);
end
```

```
g2_val = g2_func(n);
v_range = linspace(l , 300, 400);
f_v_values = zeros(size(v_range));
for i = 1:length(v_range)
f_v_values(i) = f_func(v_range(i), s, h, n, g2_val);
end
figure;
plot(v_range, f_v_values);
xlabel('v');
ylabel('f(v)');
title('f(v) vs. v');
grid on;
```

MATLAB 计算特殊深度区域内的可命中比例公式

```
v=4*(((1/4)*pi*20^2)*20-((1/8)*(4/3)*pi*20^3));
v2=1-v/((pi*20^2+100*60+2*20^2)*65-100*20*25-v-100*20*20)
```

MATLAB 计算单边截尾正态分布范围内积分代码：

```
h = 150;
l = 120;
s = 40;
n = (l - h) / s;
function g2 = g2_func(n)
g2 = 1/2 * (1 + 2/sqrt(pi)) * integral(@(t) exp(-t.^2), 0, n/sqrt(pi));
end

function g1 = g1_func(m)
g1 = 1 / (sqrt(2*pi)) * exp(-m.^2 / 2);
end
function f_v = f_func(v, s, h, n, g2_val)
m = (v - h) / s;
g1_val = g1_func(m);
if g2_val == 1
error('g2_val 不能为 1');
end
f_v = 1/s * g1_val / (1 - g2_val);
end
g2_val = g2_func(n);
v_range = linspace(l , 300, 400);
f_v_values = zeros(size(v_range));
for i = 1:length(v_range)
f_v_values(i) = f_func(v_range(i), s, h, n, g2_val);
end
figure;
```

```
plot(v_range, f_v_values);
xlabel('v');
ylabel('f(v)');
title('f(v) vs. v');
grid on;
```

问题三：

MATLAB 计算二维正态分布积分代码：

```
xmin = -210;
xmax = 210;
ymin = -90;
ymax = 90;
pdf = @(x, y) (1 / (2 * pi * 120^2)) * exp(-(x.^2 + y.^2) / (2 * 120^2));
integralResult = integral2(pdf, xmin, xmax, ymin, ymax);
disp(['积分结果（概率）为：', num2str(integralResult)]);
```